

Leçon 241 : Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

1 Modes de convergence (El-Amrani)

1.1 Suite de fonctions

- Définition convergence simple et uniforme + implication
- Critère de Cauchy uniforme (application : limite de polynômes en est un)
- Interversión de limites
- Critères pour conserver la dérivabilité
- Dév 1 : Étude de la fonction de Weierstrass
- Théorème de Weierstrass

1.2 Série de fonctions

- Sommes partielles
- Définition de la convergence + définition reste
- Un premier exemple
- Convergence uniforme
- Si la série converge uniformément, la suite de fonctions tend uniformément vers 0
- CNS pour la convergence uniforme avec le reste
- Dév 2 : Bernstein-Valiron
- Définition convergence absolue
- Définition convergence normale + CNS pour la convergence normale
- CVN \Rightarrow CVU \Rightarrow CVS

1.3 Série entière

- Définition + exemple
- Lemme d'Abel
- Rayon de convergence + comportement sur le cercle + exemple
- D'Alembert + application à exp
- CVN sur tout compact à l'intérieur du disque de convergence

2 Régularités des différents objets (El-Amrani)

2.1 Suite et série de fonctions

- Conservation de continuité par CVU mais pas CVS + Exemple
- Conservation de dérivabilités sous certaines hypothèses + Exemple
- Ré-écriture dans le cas des séries de fonctions (que l'on peut voir comme limite)

2.2 Intégration

- Interversión limite intégrale + exemple (avec suite de fonctions ET somme)

3 Application aux séries de Fourier (El Amrani)

- Définition des coeff
- Définition de la série de Fourier
- Théorème de Dirichlet
- Lien entre la convergence et la régularité de la fonction
- Équation de la chaleur